Zeitreihenanalyse mit ARIMA

M. Heckel, H. W. Mark

30. Juli 2020

Inhalt

AR(p) — autoregressive

AR(p) — autoregressive

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet

AR(p) — autoregressive

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet

AR(p) — autoregressive

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet
- $y_t = c + \epsilon_t + \sum_{i=1}^{p} a_i y_{t-i}$

MA(q) — moving average

MA(q) — moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe vorhergesagt, diese Rauschterme werden gewichtet

MA(q) — moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe vorhergesagt, diese Rauschterme werden gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet

MA(q) — moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe vorhergesagt, diese Rauschterme werden gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet
- $y_t = c + \epsilon_t + \sum_{j=1}^{q} b_j \epsilon_{t-j}$

ARMA(p, q) — autoregressive moving average

ARMA(p, q) — autoregressive moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet. Außerdem werden die q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe in die Vorhersage einbezogen, diese Rauschterme werden ebenfalls gewichtet

ARMA(p, q) — autoregressive moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet. Außerdem werden die q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe in die Vorhersage einbezogen, diese Rauschterme werden ebenfalls gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet

ARMA(p, q) — autoregressive moving average

- Element einer Zeitreihe wird auf Basis der p vorherigen Elemente der Zeitreihe vorhergesagt, diese Elemente werden gewichtet. Außerdem werden die q vorherigen Rauschterme der Zeitreihe in die Vorhersage einbezogen, diese Rauschterme werden ebenfalls gewichtet
- Zusätzlich wird ein Rauschterm ϵ_t sowie eine Konstante c verwendet
- $y_t = c + \epsilon_t + \sum_{i=1}^{p} a_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} b_j \epsilon_{t-j}$

ARIMA(p, d, q) — autoregressive integrated moving average

ARIMA(p, d, q) — autoregressive integrated moving average

- $ARMA(p, q)$ ist nur für Zeitreihen ohne Trend geeignet

ARIMA(p, d, q) — autoregressive integrated moving average

- $ARMA(p, q)$ ist nur für Zeitreihen ohne Trend geeignet
- Idee: Trend aus Zeitreihe entfernen, $ARMA(p, q)$ verwenden, Trend wieder hinzufügen

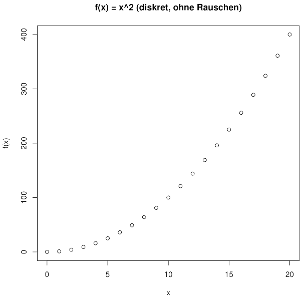
ARIMA(p, d, q) — autoregressive integrated moving average

- $ARMA(p, q)$ ist nur für Zeitreihen ohne Trend geeignet
- Idee: Trend aus Zeitreihe entfernen, $ARMA(p, q)$ verwenden, Trend wieder hinzufügen
- Lösung: diskretes Differenzieren, Vorhersage mit $ARMA(p, q)$, diskretes Integrieren

ARIMA(p, d, q) — autoregressive integrated moving average

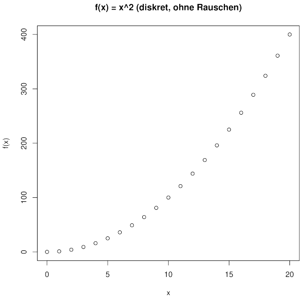
- $ARMA(p, q)$ ist nur für Zeitreihen ohne Trend geeignet
- Idee: Trend aus Zeitreihe entfernen, $ARMA(p, q)$ verwenden, Trend wieder hinzufügen
- Lösung: diskretes Differenzieren, Vorhersage mit $ARMA(p, q)$, diskretes Integrieren
- Möglicherweise ist mehrfaches Differenzieren erforderlich

Differenzieren

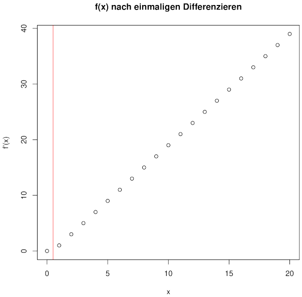


(a) $f(x) = x^2$

Differenzieren

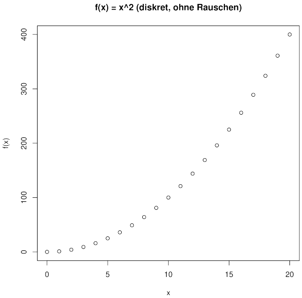


(a) $f(x) = x^2$

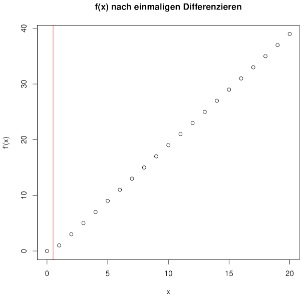


(b) $f'(x) = 2x$

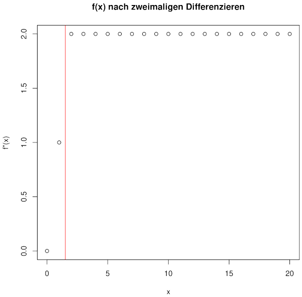
Differenzieren



(a) $f(x) = x^2$

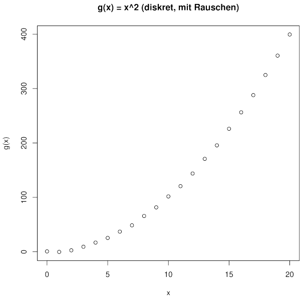


(b) $f'(x) = 2x$



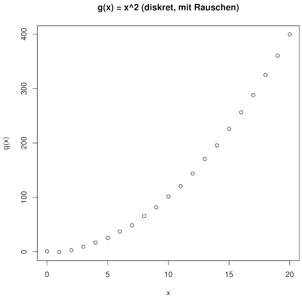
(c) $f''(x) = 2$

Differenzieren

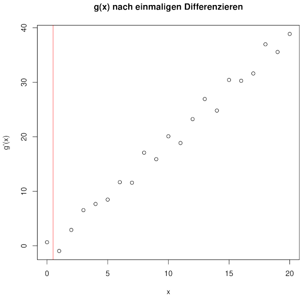


(a) $f(x) = x^2$

Differenzieren

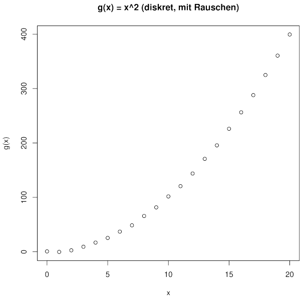


(a) $f(x) = x^2$

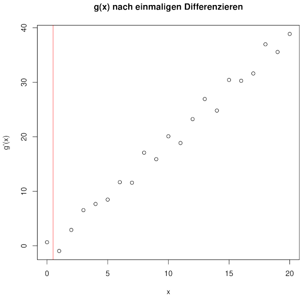


(b) $f'(x) = 2x$

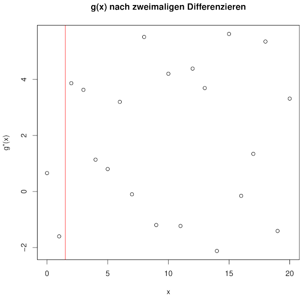
Differenzieren



(a) $f(x) = x^2$



(b) $f'(x) = 2x$



(c) $f''(x) = 2$

MAPE

MAPE

- mean absolute percentage error (mittlere absolute prozentuale Abweichung)

MAPE

- mean absolute percentage error (mittlere absolute prozentuale Abweichung)
- $MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n} (|\frac{y_t - f_t}{y_t}|)$

MAPE

- mean absolute percentage error (mittlere absolute prozentuale Abweichung)
- $MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n} (|\frac{y_t - f_t}{y_t}|)$
- problematisch wenn $y_t = 0$, kam in den gegebenen Zeitreihen nicht vor

Legende

Gegebene Zeitreihe für Fit der Parameter

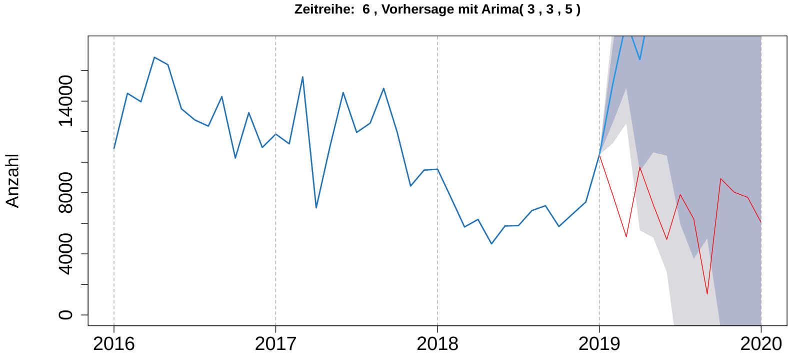
Vorhergesagte Zeitreihe

Gegebene Zeitreihe im Vorhersagezeitraum

Eintrittswahrscheinlichkeit 80%

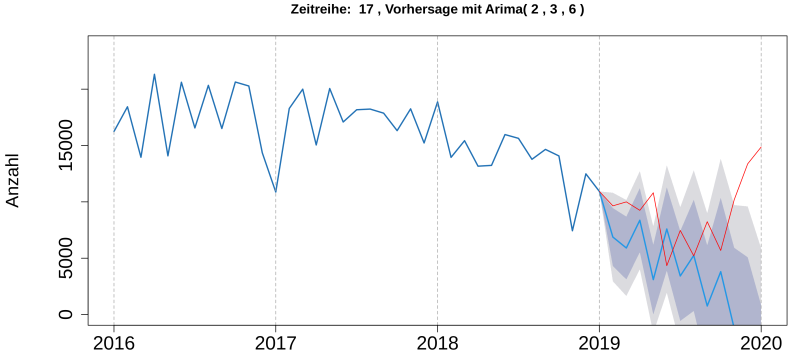
Eintrittswahrscheinlichkeit 95%

Auswertung der Daten — Schlechte Vorhersagen



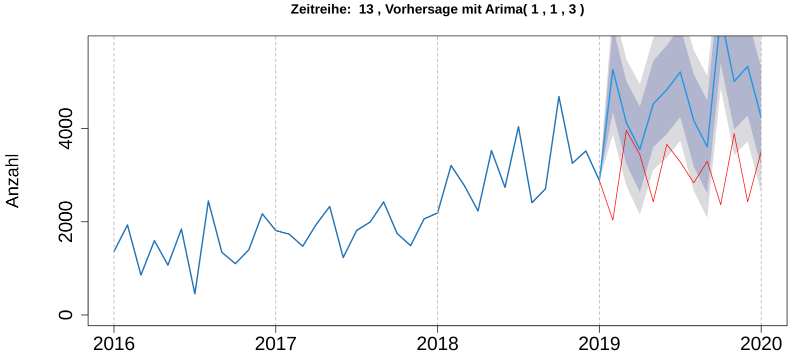
MAPE = 466.895029532235

Auswertung der Daten — Schlechte Vorhersagen



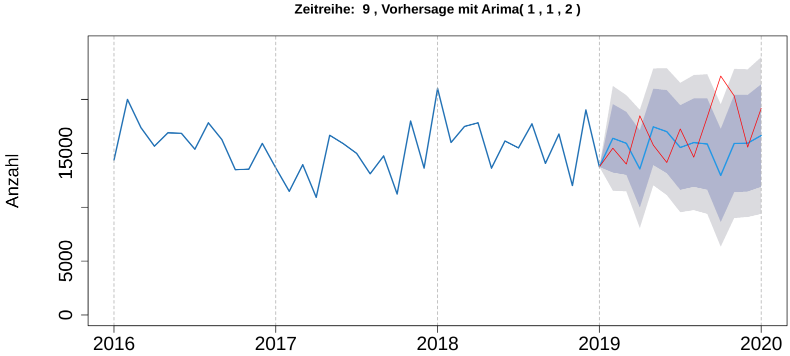
MAPE = 66.74922364226

Auswertung der Daten — Schlechte Vorhersagen



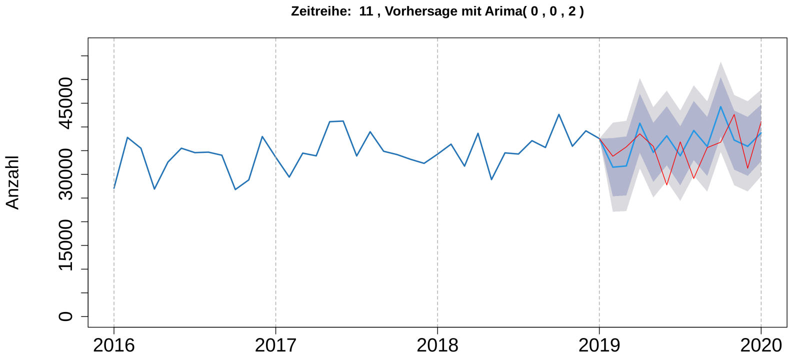
MAPE = 61.7266160931235

Auswertung der Daten — Gute Vorhersagen



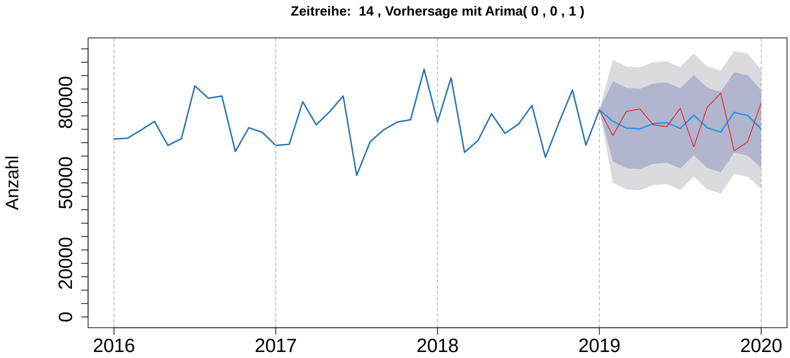
MAPE = 15.7553819771445

Auswertung der Daten — Gute Vorhersagen



MAPE = 13.4739027201478

Auswertung der Daten — Gute Vorhersagen



MAPE = 11.1706523780276